

3. Übung (Abgabe: 5.11., 8:30)

Aufgabe 3.1

Leiten Sie einen geschlossenen Ausdruck für $\sum_{k=0}^m \frac{\binom{m}{k}}{\binom{n}{k}}$ her, wobei $m \leq n$ natürliche Zahlen sind. (*Tip*: Interpretieren Sie $\frac{\binom{m}{k}}{\binom{n}{k}}$ *nicht* als Wahrscheinlichkeiten.)

Aufgabe 3.2

Wie viele natürliche Zahlen ≤ 1000 sind weder durch 5, 6 oder 8 teilbar?

Aufgabe 3.3

Sei n eine natürliche Zahl. Wie viele Teilmengen von $[n]$ enthalten eine gerade Anzahl von Elementen? Wie viele Teilmengen von $[n]$ enthalten eine ungerade Anzahl von Elementen? (Können Sie einen Beweis mit Hilfe einer Bijektion angeben?)

Aufgabe 3.4

Wir wählen ein Anagramm von WISSENSCHAFTLERIN zufällig aus, wobei alle Anagramme dieselbe Wahrscheinlichkeit haben.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in dem Anagramm ein "S" an vierter Stelle und ein "E" an vierzehnter Stelle steht?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in dem Anagramm die drei "S" direkt aufeinander folgen und auch die beiden "E" direkt aufeinander folgen?