

#### 4. Übung (Abgabe: 12.11., 8:30)

##### Aufgabe 4.1

Wie viele Permutationen der Buchstaben

$$M, A, T, H, I, S, F, U, N$$

gibt es, in denen die Buchstabenfolge MATH oder IS oder FUN nicht vorkommen? Die Permutationen MATHISFUN, INUMATHSF und ISMATHFUN sind Beispiele verbotener Permutationen.

##### Aufgabe 4.2

Gegeben seien ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathbb{P})$ , sowie drei Ereignisse  $A, B, C \subseteq \Omega$  mit  $A \cap B = \emptyset$ . Weiterhin seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten gegeben:

$$\mathbb{P}(A) = 0,3; \quad \mathbb{P}(B) = 0,2; \quad \mathbb{P}(C) = 0,4 \quad \text{und} \quad \mathbb{P}(A \cap C) = 0,1.$$

Bestimmen Sie  $\mathbb{P}(A \cup B)$ ,  $\mathbb{P}(A \cup C)$ ,  $\mathbb{P}(A \setminus B)$ ,  $\mathbb{P}(C \setminus A)$ ,  $\mathbb{P}(\overline{A} \cup \overline{B})$  und  $\mathbb{P}(\overline{A} \cap \overline{B})$ .

##### Aufgabe 4.3

Es seien  $\Omega = [10]$  und die Abbildung  $\mathbb{P}_c : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\mathbb{P}_c(k) = \frac{c}{2^k}$  für  $c \in \mathbb{R}$ .

- Bestimmen Sie die Konstante  $c \in \mathbb{R}$ , so dass  $(\Omega, \mathbb{P}_c)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum ist.
- Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignis  $G$  „gerade Zahl“ und für das Ereignis  $U$  „ungerade Zahl“.

##### Aufgabe 4.4

Nehmen wir mal der Einfachheit halber an, daß jedes Jahr 365 Tage hat<sup>1</sup> und daß jeder Geburtstag die gleiche Wahrscheinlichkeit hat.<sup>2</sup>

- Bestimmen sie die Wahrscheinlichkeit, daß es unter  $n$  zufällig ausgewählte Leuten mindestens zwei mit demselben Geburtstag gibt.
- Wie groß muß  $n$  mindestens sein, daß diese Wahrscheinlichkeit größer als 50% ist?
- Bestimmen sie die Wahrscheinlichkeit, daß es unter  $n$  zufällig ausgewählte Leuten mindestens drei mit demselben Geburtstag gibt. (*Tip*: Berechnen Sie erst die Wahrscheinlichkeiten, daß es genau ein “Geburtstagspaar” gibt, dann zwei “Geburtstagspaare”, etc.)<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Ich weiß, das stimmt nicht.

<sup>2</sup>Das stimmt auch nicht, der Grund ist aber ein bisschen weniger trivial, als bei der ersten Fußnote.

<sup>3</sup>Extra credit Aufgabe, wenn Sie ein bisschen programmieren können: Wie groß muß  $n$  mindestens sein, daß diese Wahrscheinlichkeit größer als 50% ist?