

6. Übung (Abgabe: 26.11., 8:30)

Aufgabe 6.1

Wir haben 3 Urnen mit jeweils 2 Kugeln: eine enthält 2 rote Kugeln, eine 2 blaue Kugeln, und die dritte 1 rote und 1 blaue Kugel.

- Sie wählen zufällig eine Urne und dann zufällig eine Kugel aus dieser Urne. Was ist die Wahrscheinlichkeit, daß Sie eine blaue Kugel in der Hand halten?
- Angenommen, Sie haben eine blaue Kugel gezogen, was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die andere Kugel in der Urne rot ist?

Aufgabe 6.2

Ein Mediziner hat für eine neue Behandlung einer tödlichen Krankheit die folgenden Daten bei Patienten in der Stadt und auf dem Land gesammelt:

	behandelt (Stadt)	nicht behandelt (Stadt)	behandelt (Land)	nicht behandelt (Land)
geheilt	1000	50	95	5000
gestorben	900	950	5	5000

- Wie groß ist für einen Patienten, der behandelt wurde, die Wahrscheinlichkeit geheilt zu werden? Wie groß ist für einen Patienten, der nicht behandelt wurde, die Wahrscheinlichkeit geheilt zu werden? Empfehlen Sie die Zulassung der neuen Behandlungsmethode?
- Wie groß ist für einen Patienten, der behandelt wurde und in der Stadt lebt, die Wahrscheinlichkeit geheilt zu werden? Wie groß ist für einen Patienten, der nicht behandelt und in der Stadt lebt die Wahrscheinlichkeit geheilt zu werden?
- Wie groß ist für einen Patienten, der behandelt wurde und auf dem Land lebt, die Wahrscheinlichkeit geheilt zu werden? Wie groß ist für einen Patienten, der nicht behandelt und auf dem Land lebt, die Wahrscheinlichkeit geheilt zu werden?
- Bleiben Sie bei Ihrer Empfehlung, die neue Behandlungsmethode zuzulassen bzw. nicht zuzulassen?

Aufgabe 6.3

Wir betrachten nochmal Aufgabe 5.4 (für $n = 3$); jetzt ist aber der Geldkoffer (der Preis einer Spielshow) in 45% aller Fälle hinter Tür 1, in 40% aller Fälle hinter Tür 2, und in 15% aller Fälle hinter Tür 3. Die restlichen Regeln bleiben gleich, d.h., Sie wählen eine Tür, woraufhin der Showmaster unter den verbleibenden beiden Türen eine auswählt,¹ hinter der sich heiße Luft verbirgt. Danach bietet er Ihnen an, die Tür zu wechseln. Als erfahrener MathematikerIn wählen Sie erstmal Tür 1. Der Showmaster zeigt Ihnen die heiße Luft hinter einer anderen Tür und bietet Ihnen an, zu wechseln. Nehmen Sie an oder lehnen Sie ab?

¹Falls der Showmaster die Wahl hat, trifft er diese zufällig.

Aufgabe 6.4

- a. Angenommen, ein Test für die Krankheit K gibt zu 99% sowohl ein positives Ergebnis, falls ein Patient K hat, als auch ein negatives Ergebnis, falls K nicht vorliegt. Wir betrachten die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig gewählter Patient mit einem positiven Test die Krankheit K hat, als Funktion des globalen Anteils der Bevölkerung, bei dem K vorliegt. Skizzieren und diskutieren Sie den Graph dieser Funktion.
- b. Nehmen Sie jetzt an, daß K bei 1% der Bevölkerung vorliegt. Sie haben einen neuen Test, der wieder zu 99% ein positives Ergebnis gibt, falls ein Patient K hat; der Anteil a für das der Test ein negatives Ergebnis gibt, falls K nicht vorliegt, ist jetzt ein Parameter. Wir betrachten wieder die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß ein zufällig gewählter Patient mit einem positiven Test die Krankheit K hat, diesmal als Funktion von a . Skizzieren und diskutieren Sie den Graph dieser Funktion.