

**10. Übung** (Abgabe: 7.1.2020, 8:30)

**Aufgabe 10.1**

Gegeben seien die folgenden drei Urnen, in denen sich  $N$  Kugeln befinden, von denen  $r$  Kugeln rot und  $N - r$  Kugeln schwarz sind:

	$N$	$r$
Urne 1	10	3
Urne 2	20	12
Urne 3	100	70

Ohne zurückzulegen ziehen wir nun aus jeder Urne jeweils 7 Kugeln.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, genau eine rote Kugel zu ziehen.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, genau zwei rote Kugeln zu ziehen.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, nur rote Kugeln zu ziehen.

**Aufgabe 10.2**

Sei  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  eine Zufallsvariable mit  $X(\Omega) = \{3; 8\}$  und  $\mathbb{P}(X = 3) = p$ . Bestimmen Sie alle Werte von  $p$ , für die

$$\mathbb{E}\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{1}{\mathbb{E}(X)}$$

gilt.

**Aufgabe 10.3**

Die zwölf Seiten eines fairen Dodekaederwürfels sind mit den Zahlen  $1, \dots, 12$  beschriftet. Wir würfeln dreimal hintereinander mit dem Würfel und beschreiben für  $i \in \{1, 2, 3\}$  das Ergebnis des  $i$ -ten Wurfs mit der Zufallsvariablen  $X_i$ .

- Bestimmen Sie Erwartungswerte und Varianz für  $X_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3\}$ .
- Berechnen Sie  $V(X_1 X_2 + X_2)$  und  $V(X_1 X_2) + V(X_2)$ .

**Aufgabe 10.4**

Wir schauen uns Aufgabe 4.4 nochmal an und nehmen wieder der Einfachheit halber an, daß jedes Jahr 365 Tage hat.

- Sie sind auf einer Party mit 30 Leuten (deren Geburtstage zufällig verteilt sind) und wetten 20 Euro, daß es mindestens zwei mit demselben Geburtstag gibt. Eine Ihrer Freundinnen wettet dagegen. Wieviel Euros sollte sie setzen, daß die Wette fair ist?
- Was sollte sie setzen, wenn auf der Party 40 Leute sind?