Freie Universität Berlin

Wahrscheinlichkeit & Statistik
Wintersemester 2019/20

Prof. Matthias Beck
Hauke Sprink
Institut für Mathematik
AG Diskrete Geometrie
Arnimallee 2

13. Übung (Abgabe: 28.1.2020, 8:30)

Aufgabe 13.1

Eine Feuerwache muss an einer Straße der Länge A gebaut werden. Wo sollte sich die Feuerwache befinden, um die durchschnittliche Entfernung der Feuerwache zu minimieren?

a. Angenommen die Straße ist endlich lange, d.h. $[0, A]$, und die Feuer treten gleichverteilt über das Intervall $[0, A]$ auf.

b. Angenommen die Straße ist unendlich lang, d.h. von 0 bis $+\infty$, und die Feuer sind exponentialverteilt über das Intervall $[0, \infty]$.

Aufgabe 13.2

In einer Kreisscheibe mit Radius 1 wird ein Punkt zufällig gewählt (mit Gleichverteilung auf der Fläche). Bestimmen Sie die Dichtefunktion der Verteilung seines Abstandes vom Mittelpunkt M des Kreises. Was ist die Wahrscheinlichkeit, bei Darts einen Bullseye zu werfen, wenn der Bullseye-Radius $\frac{1}{25}$ ist?

Aufgabe 13.3

a. Es sei $Y : \Omega \to [0; 5]$ eine gleichverteilte Zufallsvariable. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Wurzeln des Polynoms

$$p_Y(x) \;=\; 4\,x^2 + 4\,Y x + Y + 2$$

reell sind?

b. Wie verändert sich diese Wahrscheinlichkeit, wenn Y normalverteilt ist (mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$)?

Aufgabe 13.4

Sei X eine binomialverteilte Zufallsvariable mit Parametern n und p.

a. Zeigen Sie, daß für $p < a < 1$ gilt

$$\mathbb{P}(X \geq na) \;\leq\; \frac{p(1-p)}{n(a-p)^2}\,.$$

b. Sei jetzt $p = \frac{1}{2}$ und $a = \frac{2}{3}$. Vergleichen Sie die Abschätzung in **a.** mit der Markow-Ungleichung, in Abhängigkeit von n.